

全品



教辅图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年创始人专注教育行业

特色专项

AI智慧
教辅

小题限时+大题冲关

北京
专版

数学

本书为AI智慧教辅

“讲题智能体”支持学生聊着学，扫码后哪题不会选哪题；随时随地想聊就聊，想问就问。



CONTENTS

目录

考卷 I 小题·标准练

小题 1	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 01 / 答 49
小题 2	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 03 / 答 50
小题 3	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 05 / 答 52
小题 4	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 07 / 答 53
小题 5	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 09 / 答 55
小题 6	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 11 / 答 56
小题 7	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 13 / 答 58
小题 8	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 15 / 答 60
小题 9	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 17 / 答 61
小题 10	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 19 / 答 63
小题 11	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 21 / 答 65
小题 12	“10 选择+5 填空” 65 分练	专 23 / 答 66

考卷 II 解答·标准练

解答 1	“16~19 题” 55 分练	专 25 / 答 68
解答 2	“16~19 题” 55 分练	专 27 / 答 69
解答 3	“16~19 题” 55 分练	专 29 / 答 70
解答 4	“16~19 题” 55 分练	专 31 / 答 72
解答 5	“16~19 题” 55 分练	专 33 / 答 73
解答 6	“16~19 题” 55 分练	专 35 / 答 75
解答 7	“16~19 题” 55 分练	专 37 / 答 76
解答 8	“16~19 题” 55 分练	专 39 / 答 78
解答 9	“16~19 题” 55 分练	专 41 / 答 79
解答 10	“16~19 题” 55 分练	专 43 / 答 81
解答 11	“20 题、21 题” 30 分练	专 45 / 答 82
解答 12	“20 题、21 题” 30 分练	专 46 / 答 83
解答 13	“20 题、21 题” 30 分练	专 47 / 答 85
解答 14	“20 题、21 题” 30 分练	专 48 / 答 86

小题 1 “10 选择+5 填空” 65 分练

(时间:40 分钟 分值:65 分)

一、选择题:本题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分.在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

1. [2025 · 朝阳二模] 已知集合 $A = \{x \mid |x| < 2\}$, 集合 $B = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{x \mid 0 \leq x < 2\}$ B. $\{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$
C. $\{x \mid -2 < x < 2\}$ D. $\{x \mid 0 < x \leq 2\}$

2. [2025 · 东城二模] 已知 $(1-i) \cdot z = 2+i$, 则复数 z 的实部为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1
C. $\frac{3}{2}$ D. 3

3. [2025 · 平谷一模] 下列函数中,在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递增的是 ()

- A. $y = |x-2|$ B. $y = 2^{-x}$
C. $y = \frac{1}{1-x}$ D. $y = -\ln x$

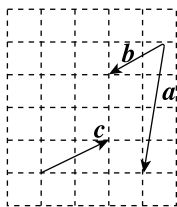
4. [2024 · 朝阳二模] 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 1, a_4 = 7$, 则 $S_{10} =$ ()

- A. 60 B. 80
C. 90 D. 100

5. [2025 · 石景山一模] 在 $(2x^2 - \frac{1}{x})^5$ 的展开式中, x 的系数为 ()

- A. 10 B. -10
C. 40 D. -40

6. [2024 · 西城二模] 已知平面向量 a, b, c 在正方形网格中的位置如图所示. 若网格纸上小正方形的边长为 1, 则 $c \cdot (a-b) =$ ()



- A. -1 B. 1
C. -7 D. 7

7. [2025 · 平谷一模] 某工厂产生的废气经过滤后排放, 过滤过程中废气的污染物含量 P (单位: mg/L) 与时间 t (单位: h) 之间的关系为 $P = P_0 e^{-kt}$, 其中 P_0, k 是正的常数, 如果前 10 h 消除了 50% 的污染物, 那么从消除 60% 的污染物到消除 80% 的污染物大约需要经历 ()

- A. 10 h B. 4 h
C. 40 h D. 8 h

班级	
姓名	
答题卡	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

8. [2024·北京清华附中测试] 在 $\triangle ABC$ 中,“ $\tan A \tan B < 1$ ”是“ C 为钝角”的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

9. [2025·北京十一学校测试] 已知直线 $y=x+1$ 与圆 $x^2-2x+y^2-m=0$ 相离,则 m 的取值范围为 ()
- A. $(-\infty, 1)$ B. $(-1, 1)$
- C. $(0, 3)$ D. $(0, \sqrt{2}-1)$

10. 设集合 S, T 满足 $S \subseteq \mathbf{N}^*, T \subseteq \mathbf{N}^*, S, T$ 中均至少有两个元素,且 S, T 满足:

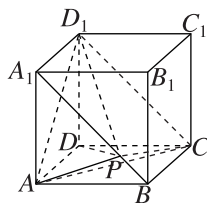
- ①对于任意 $x, y \in S$,若 $x \neq y$,则 $xy \in T$;
- ②对于任意 $x, y \in T$,若 $x < y$,则 $\frac{y}{x} \in S$.

则下列说法正确的是 ()

- A. 若 S 有4个元素,则 $S \cup T$ 有7个元素
- B. 若 S 有4个元素,则 $S \cup T$ 有6个元素
- C. 若 S 有3个元素,则 $S \cup T$ 有5个元素
- D. 若 S 有3个元素,则 $S \cup T$ 有4个元素

二、填空题:本题共5小题,每小题5分,共25分.

11. [2025·丰台二模] 函数 $f(x) = \frac{\ln(1-x)}{\sqrt{x}}$ 的定义域为_____.
12. [2025·北京九中测试] 已知向量 $\mathbf{a} = (x, 1), \mathbf{a} - 2\mathbf{b} = (x, -1)$,则 $\mathbf{b} =$ _____, $|\mathbf{a} + \mathbf{b}|$ 的最小值为_____.
13. [2025·房山一模] 若对任意实数 $x, \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = A \sin(x + \varphi) (A > 0)$ 恒成立,则满足条件的一组 A, φ 的值为 $A =$ _____, $\varphi =$ _____.
14. [2025·北师大实验中学测试] 若双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 的一条渐近线方程为 $2x - y = 0$,则 $b =$ _____,离心率 $e =$ _____.
15. [2025·北京一零一中学测试] 如图,在棱长为1的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 为线段 A_1B 上的动点(不含端点).给出下列四个说法:
- ①直线 D_1P 与 AC 所成的角可能是 $\frac{\pi}{6}$;
- ②平面 $D_1A_1P \perp$ 平面 A_1AP ;
- ③三棱锥 D_1-CDP 的体积为定值;
- ④平面 D_1AP 截正方体所得的截面可能是直角三角形.
- 其中所有正确说法的序号是_____.



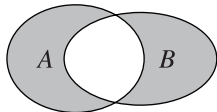
小题2 “10选择+5填空”65分练

(时间:40分钟 分值:65分)

订正反思

一、选择题:本题共10小题,每小题4分,共40分.在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

1. [2025·北京首都师大附中测试] 设集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | 3 \leq x < 6\}$, $B = \{2, 3, 4, 8\}$, 则图中阴影部分表示的集合为 ()



- A. $\{2, 8\}$ B. $\{3, 4\}$
C. $\{2, 5, 8\}$ D. $\{3, 4, 5\}$
2. [2025·海淀一模] 在复平面内,复数 $z = i^2 + i^3$ 对应的点的坐标为 ()
A. $(1, 1)$ B. $(1, -1)$
C. $(-1, 1)$ D. $(-1, -1)$

3. [2024·北京清华附中测试] 已知锐角 α 的顶点为坐标原点,始边与 x 轴的非负半轴重合,终边上有一点 $A\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$, 则 $\cos(\pi + \alpha) =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
C. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$

4. [2025·海淀一模] 函数 $f(x) = a^{2x-1} + 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象一定经过点 ()
A. $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$
C. $(0, 2)$ D. $(0, 1)$

5. 中国古代数学著作《九章算术》是人类科学史上应用数学的最早巅峰.书里记载了这样一个问题“今有女子善织,日自倍,五日织五尺.问日织几何?”译文是“今有一女子很会织布,每日加倍增长,5天共织5尺.问每天各织多少布?”则该女子第二天织布 ()

- A. $\frac{5}{31}$ 尺 B. $\frac{10}{31}$ 尺
C. $\frac{15}{16}$ 尺 D. $\frac{3}{8}$ 尺

6. [2025·北师大实验中学测试] 已知平面直角坐标系中,动点 M 到点 $F(0, -2)$ 的距离与点 M 到 x 轴的距离的差为2,则动点 M 的轨迹方程是 ()

- A. $x^2 = 8y$ ($y \geq 0$) 或 $x = 0$ ($y < 0$)
B. $y^2 = 8x$ ($x \geq 0$) 或 $y = 0$ ($x < 0$)
C. $x^2 = -8y$ ($y \leq 0$) 或 $x = 0$ ($y > 0$)
D. $y^2 = -8x$ ($x \leq 0$) 或 $y = 0$ ($x > 0$)

7. [2025·门头沟一模] 已知函数 $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$, 满足 $f(x_1) + f(x_2) = 0$, 且 $f(x)$ 在区间 (x_1, x_2) 上具有单调性, 则 $x_1 + x_2$ 的值可能是 ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$
C. $\frac{4\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{3}$

姓名

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

-

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

-
- The diagram shows a complex geometric construction. Two triangles, \$P_1AB\$ and \$P_2DB\$, share a common base \$AB\$. Point \$E\$ is the intersection of the diagonals \$AD\$ and \$BC\$. Point \$F\$ is the intersection of the lines \$P_1E\$ and \$P_2D\$. Two circles, centered at \$O_1\$ and \$O_2\$, are shown passing through points \$A, B, C, D, E, F\$. The diagram illustrates the relationship between these points and the resulting circle.

- A. $\frac{3\sqrt{7}}{4}$
- B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- C. $\frac{9\sqrt{7}}{4}$
- D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

11. [2025 · 延庆一模] 在 $(x^2 - \frac{2}{x})^6$ 的展开式中, x^6 的系数为_____.

13. [2025 · 北京二中测试] 已知两点 $F_1(-1, 0), F_2(1, 0)$, 点 $P(\cos \theta, \sin \theta)$ 满足 $|PF_1| - |PF_2| = \sqrt{2}$, 则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积是 _____, θ 的一个取值为 _____.

14. [2025 · 北京八一学校测试] 已知 $\lambda \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = \begin{cases} x-4, & x \geqslant \lambda, \\ x^2-4x+3, & x < \lambda, \end{cases}$ 当 $\lambda = 2$ 时, 不等式 $f(x) < 0$ 的解集是 . 若函数 $f(x)$ 恰有两个零点, 则 λ 的取值范围是 .

- ①当 $a = \frac{1}{2}, b = 2$ 时, $f(x)$ 恰有 1 个零点;
②若 $a > 1$, 则对于任意的实数 b , $f(x)$ 都有零点;
③当 $a = b$ 时, 若函数 $f(x)$ 恰有 1 个零点, 则满足条件的 a 的取值唯一;
④当 $a = b$ 时, 存在 a 的取值, 使得 $f(x)$ 有 3 个零点.
- 其中所有正确说法的序号是_____.

小题3 “10选择+5填空”65分练

(时间:40分钟 分值:65分)

订正反思

一、选择题:本题共10小题,每小题4分,共40分.在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

- [2025·北京四中测试] 在复平面内,复数 z 对应的点的坐标为 $(2,-1)$,则 $(1+i)z$ 等于 ()
 A. $3+i$ B. $2+i$
 C. $1+i$ D. $1-i$
- [2025·北京一零一中学测试] 若集合 A 是函数 $y=\ln(x+1)$ 的定义域, $B=\{x|x\geq 1\}$,则 $A\cap(\complement_{\mathbb{R}}B)=$ ()
 A. $(-\infty,-1]$ B. $(-\infty,-1)$
 C. $(-1,1)$ D. $[1,+\infty)$
- [2025·东城一模] 在平面直角坐标系 xOy 中,角 α 以 x 轴的非负半轴为始边,其终边落在第一象限,则下列三角函数值中一定大于零的是 ()
 A. $\sin(\pi+\alpha)$ B. $\cos(\pi-\alpha)$
 C. $\sin 2\alpha$ D. $\cos 2\alpha$
- [2024·北京北大附中测试] 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.已知 $S_5=-5,a_4=0$,则 ()
 A. 数列 $\{a_n\}$ 为递减数列
 B. 数列 $\{S_n\}$ 为递增数列
 C. 数列 $\{a_n\}$ 为递增数列
 D. $S_8=0$
- [2024·丰台一模] 已知向量 a,b 满足 $b=(\sqrt{3},1),b=\lambda a(\lambda\in\mathbb{R})$,且 $a\cdot b=1$,则 $\lambda=$ ()
 A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$
 C. 2 D. 4
- [2025·北师大附中测试] 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x},x<0,\\2^x-a,x\geq 0\end{cases}$ 的值域为 $\mathbb{R}$,则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $a<0$ B. $a>0$
 C. $a\leq 1$ D. $a\geq 1$
- [2025·北京十一学校测试] 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点为 F ,原点为 O ,若双曲线上存在两个点 A 和 B ,使得四边形 $OAFB$ 为正方形,则双曲线的离心率为 ()
 A. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2}$
 C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}$

班级	
姓名	
答题卡	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

8. [2025·北京人大附中测试] 北京天桥艺术中心旁边的四面钟是天桥附近颇有趣味的传统景观之一,这个主体建筑可以近似看作正四棱柱,四面钟的每一面都挂在该正四棱柱的一个侧面上.当四面钟都正常显示标准北京时间时,相邻两面钟的时针所在直线所成角的最大值为 ()



- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$
C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{3\pi}{4}$

9. [2025·北京清华附中测试] 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=1, A=120^\circ, D$ 为 $\triangle ABC$ 所在平面内的动点,且 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}=1$,则 $|\overrightarrow{BD}|+|\overrightarrow{AD}|$ 的最小值为 ()

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{7}$
C. $1+\sqrt{3}$ D. $\sqrt{10}$

10. [2025·北京一零一中学测试] 对于曲线 $C: x^{-2}+y^{-2}=1$,给出下列三个说法:

- ①曲线 C 关于坐标原点对称;
②曲线 C 上任意一点到坐标原点的距离不小于2;
③曲线 C 与曲线 $|x|+|y|=3$ 有四个交点.

其中正确说法的个数是

- A. 0 B. 1
C. 2 D. 3

二、填空题:本题共5小题,每小题5分,共25分.

11. [2025·门头沟一模] $(\sqrt{x}-2)^5$ 的展开式中 x 的系数为_____.(用数字作答)

12. [2025·北京四中测试] 已知双曲线 $x^2-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 的一个焦点是 $(2,0)$,则其渐近线的方程为_____.

13. [2025·北京十一学校测试] 写出满足 $\begin{cases} \sin \alpha = \cos \beta, \\ \cos \alpha = -\sin \beta \end{cases}$ 的一组 α 和 $\beta, \alpha = \underline{\hspace{2cm}}, \beta = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. [2025·丰台二模] 已知直线 $x=-\frac{\pi}{3}$ 为函数 $f(x)=\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$ 图象的一条对称轴,则满足条件的一个 ω 的取值为_____;若 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{3}, 0\right)$ 上有零点,则 ω 的最小值为_____.

15. [2025·丰台一模] 已知函数 $f(x)=e^x-a\cos x$.给出下列四个说法:

- ①当 $a=1$ 时, $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 上单调递增;
②对任意实数 $a, f(x)$ 都没有最小值;
③当 $a \neq 0$ 时,设 $f(x)$ 的零点从大到小依次为 $x_1, x_2, x_3, \dots$,则对任意正整数 i ,都有 $x_i - x_{i+1} < \pi$;
④对任意实数 a, m ,存在实数 x_0 ,当 $t > x_0$ 时,恒有 $f(-t) + f(t) > m$.

其中所有正确说法的序号为_____.

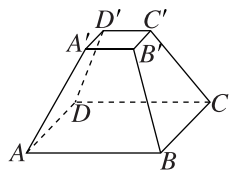
小题4 “10选择+5填空”65分练

(时间:40分钟 分值:65分)

订正反思

一、选择题:本题共10小题,每小题4分,共40分.在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

- [2025·丰台一模] 已知全集 $U = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$, 集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid |x| < 2\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
 A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
 C. $\{-3\}$ D. $\{-3, -2, 2\}$
- [2025·西城二模] 已知 i 为虚数单位, 则复数 $\frac{3-i}{1+i}$ 在复平面内对应的点位于 ()
 A. 第一象限 B. 第二象限
 C. 第三象限 D. 第四象限
- 下列函数中, 既是偶函数又在 $(0, +\infty)$ 上单调递减的是 ()
 A. $y = x^{\frac{1}{2}}$ B. $y = \cos x$
 C. $y = \ln|x+1|$ D. $y = -2^{|x|}$
- [2025·北京清华附中测试] 下列双曲线中, 焦点在 y 轴上且渐近线方程为 $y = \pm 2x$ 的是 ()
 A. $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$
 C. $\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$ D. $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$
- [2024·海淀一模] 设 α, β 是两个不同的平面, l, m 是两条不同的直线, 且 $m \subset \alpha, l \perp \alpha$, 则“ $l \perp \beta$ ”是“ $m \parallel \beta$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- [2025·丰台二模] 如图, 在四棱台 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, $AB = 3, A'B' = 1$, 侧面均为等腰梯形, 且侧面与底面 $ABCD$ 的夹角均为 45° , 则该四棱台的表面积为 ()
 A. 18 B. $10 + 8\sqrt{2}$
 C. $10 + 8\sqrt{3}$ D. 34
- [2025·石景山一模] 经研究表明, 糖块的溶解过程可以用指数型函数 $S = ae^{-kt}$ (a, k 为常数) 来描述, 其中 S (单位: 克) 代表 t 分钟末未溶解糖块的质量. 现将一块质量为 7 克的糖块放入到一定量的水中, 在第 5 分钟末测得未溶解糖块的质量为 3.5 克, 则 $k =$ ()
 A. $\frac{\ln 2}{5}$ B. $\frac{\ln 3}{5}$
 C. $\ln 2$ D. $\ln 3$
- [2025·平谷一模] 已知函数 $f(x) = 2\sin\left(\omega x - \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$), 若 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上没有最值, 则 ω 的最大值为 ()
 A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$
 C. $\frac{5}{3}$ D. 2



姓名

1

2

3

4

5

6

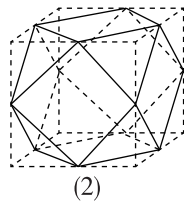
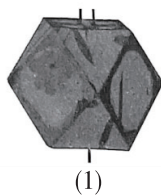
7

8

9

10

- 其中所有正确结论的序号是



- 其中正确结论的序号是_____.

小题5 “10选择+5填空”65分练

(时间:40分钟 分值:65分)

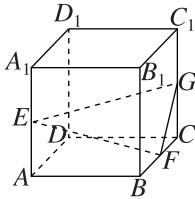
订正反思

一、选择题:本题共10小题,每小题4分,共40分.在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

- [2025·石景山一模] 已知全集 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, 集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} | x^2 \leq 2\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
 A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{-2, 2, 3\}$
 C. $\{-2, 1, 2\}$ D. $\{-2, 0, 3\}$
- [2025·延庆一模] 已知 $a \in \mathbf{R}$, i 为虚数单位, 若 $\frac{a-2i}{2+i}$ 为实数, 则 $a =$ ()
 A. -1 B. 1
 C. -4 D. 4
- [2025·房山一模] 若 $(x-2)^4 = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$, 则 $a_3 + a_1 =$ ()
 A. -41 B. 41
 C. -40 D. 40
- [2025·北京一零一中学测试] 若数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1 = 1$, 且 a_1, a_2, a_5 构成公比为 q 的等比数列, 则 $q =$ ()
 A. 1 或 3 B. 0 或 2
 C. 3 D. 2
- [2025·北京交大附中测试] 与双曲线 $C: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 有两个交点的直线的方程是 ()
 A. $4x - y = 0$ B. $3x - 4y - 15 = 0$
 C. $4x - 3y + 20 = 0$ D. $4x - 3y - 20 = 0$
- [2025·北师大附中测试] 已知 $a = \ln 0.3, b = 3^{0.2}, c = 0.2^{0.3}$, 则 ()
 A. $c < a < b$ B. $a < b < c$
 C. $a < c < b$ D. $b < c < a$
- [2025·房山一模] 已知函数 $f(x) = \sin 2x$, 则“ $x_1 + x_2 = 0$ ”是“ $f(x_1) + f(x_2) = 0$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- [2025·东城二模] 马赫数是速度与音速的比值, 在不考虑空气阻力的前提下, 某飞行器的最大速度 v (单位: m/s) 和燃料的质量 M (单位: kg)、飞行器(除燃料外)的质量 m (单位: kg) 的函数关系是 $v = 2900 \ln\left(1 + \frac{M}{m}\right)$. 已知当该飞行器所处高空的音速为 290 m/s, 最大速度对应的马赫数分别为 8 和 13 时, 燃料的质量分别为 M_1 和 M_2 , 则下列结论一定正确的是 ()
 A. $\frac{M_2}{M_1} = \sqrt{e}$ B. $\frac{M_2}{M_1} = e$
 C. $\frac{m+M_2}{m+M_1} = \sqrt{e}$ D. $\frac{m+M_2}{m+M_1} = e$
- [2025·北京人大附中测试] 设 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 若函数 $f(x) = \begin{cases} a^x - a, & x \leq 1, \\ -x^2 + 2ax, & x > 1 \end{cases}$ 的值域为 $\mathbf{R}$, 则 a 的取值范围是 ()
 A. $[2, +\infty)$ B. $(0, \frac{1}{2})$
 C. $[\frac{1}{2}, 1)$ D. $(1, 2]$

班级
姓名
答题卡
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

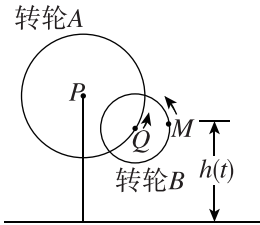
10. [2024·朝阳一模] 在棱长为1的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G 分别为棱 AA_1, BC, CC_1 的中点, 动点 H 在平面 EFG 内, 且 $DH=1$, 则下列说法正确的是 ()



- A. 存在点 H , 使得直线 DH 与直线 FG 相交
 B. 存在点 H , 使得直线 $DH \perp$ 平面 EFG
 C. 直线 B_1H 与平面 EFG 所成角的大小为 $\frac{\pi}{3}$
 D. 平面 EFG 截正方体所得的截面面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

二、填空题: 本题共5小题, 每小题5分, 共25分.

11. [2024·西城二模] 函数 $f(x) = \sqrt{1 + \log_3 x}$ 的定义域是 _____.
12. [2025·延庆一模] 已知 α 是第四象限角, 且 $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, $2\sin \beta - \cos \beta = 0$, 则 $\tan(\alpha - \beta)$ 的值为 _____.
13. [2025·顺义一模] 已知直线 $l: y = kx - 1$ 与圆 $M: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 有两个交点, 则 k 的值可以是 _____. (写出满足条件的一个值即可)
14. [2025·北京八一学校测试] 在等腰梯形 $ABCD$ 中, 设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AB}$, M 为 BC 的中点, 则 $\overrightarrow{AM} =$ _____ (用 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 表示); 当 $x =$ _____ 时, $|\mathbf{b} - x\mathbf{a}|$ 最小.
15. [2025·海淀一模] 如图所示, 某游乐场有一款游乐设施, 该设施由转轮 A 和转轮 B 组成, 转轮 B 的圆心固定在转轮 A 上的点 Q 处, 某个座椅固定在转轮 B 上的点 M 处. 转轮 A 的半径为10米, 转轮 B 的半径为5米, 转轮 A 的圆心 P 距离地面竖直高度为20米. 游乐设施运行过程中, 转轮 A 与转轮 B 分别绕各自的圆心逆时针方向匀速旋转, 转轮 A 旋转一周用时 π 分钟, 转轮 B 旋转一周用时 $\frac{\pi}{2}$ 分钟. 当 Q 在 P 正下方且 M 在 Q 正下方时, 开始计时, 设在第 t 分钟 M 距离地面的竖直高度为 $h(t)$ 米. 给出下列四个结论:



- ① $h\left(\frac{\pi}{4}\right) = 25$;
 ② $h(t)$ 的最大值是 35;
 ③ M 在竖直方向上的速度大小低于 40 米/分钟;
 ④ 存在 $t_0 \in (0, \pi)$, 使得 $t = t_0$ 时 M 到 P 的距离为 15 米.
 其中所有正确结论的序号为 _____.

解答 1 “16~19 题” 55 分练

(时间:45 分钟 分值:55 分)

解答题: 本题共 4 小题, 共 55 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16. [2025 · 西城一模] 在 $\triangle ABC$ 中, $a \cos B + b \cos A = 4c \cos A$.

(1) 求 $\cos A$ 的值;

(2) 若 $a = 2\sqrt{10}$, 再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知, 使得 $\triangle ABC$ 存在, 求 BC 边上的高.

条件①: $B = \frac{3\pi}{4}$; 条件②: $b = 6$; 条件③: $\cos C = \frac{\sqrt{10}}{4}$.

注: 如果选择的条件不符合要求, 第(2)问得 0 分; 如果选择多个符合要求的条件分别解答, 按第一个解答计分.

(本小题满分 13 分)

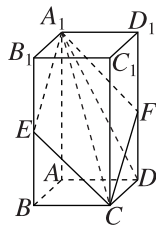
答 题 区 域

17. [2025 · 房山一模] 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AD = 1$, E 为 BB_1 的中点, DD_1 与平面 A_1EC 交于点 F .

(1) 求证: F 为 DD_1 的中点;

(2) 若二面角 $C-A_1F-D$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 求 AA_1 的长度.

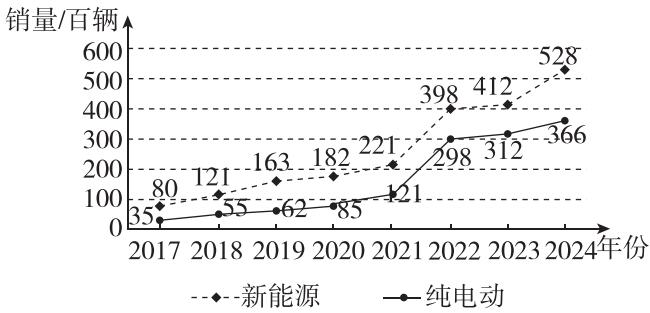
(本小题满分 14 分)



答 题 区 域

18. [2025·西城一模] 发展纯电动、插电式混合动力等新能源汽车是我国从汽车大国迈向汽车强国的必由之路. 为调查研究, 某地统计了辖区内从 2017 年至 2024 年这 8 年的新能源汽车和纯电动汽车的销量, 得到如图所示的折线图(单位: 百辆). 在每一年中, 记该年纯电动汽车销量占该年新能源汽车销量的比重为 Q .
- (1) 从 2017 年至 2024 年这 8 年中随机抽取 1 年, 求该年 Q 值超过 50% 的概率;
- (2) 现从 2019 年至 2024 年这 6 年中依次随机抽取, 每次抽取 1 个年份, 若该年的 Q 值超过 50%, 则停止抽取, 否则继续从剩余的年份中抽取, 直至抽到 Q 值超过 50% 的年份, 记抽取的次数为 X , 求 X 的分布列和数学期望;
- (3) 记 2020 年至 2024 年这 5 年新能源汽车销量数据的方差为 s_1^2 , 且这 5 年纯电动汽车销量数据的方差为 s_2^2 , 写出 s_1^2 与 s_2^2 的大小关系. (结论不要求证明)

(本小题满分 13 分)



答 题 区 域

19. [2025·东城一模] 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $(0, 1)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, E 上的点 $A(m, n) (n \neq 0)$ 关于 x 轴的对称点为 B . 设 O 为原点, $\overrightarrow{OH} = \lambda \overrightarrow{OA} (0 < \lambda < 1)$, 过点 H 与 x 轴平行的直线交 E 于点 P, Q .
- (1) 求椭圆 E 的方程;
- (2) 若点 B 在以 PQ 为直径的圆上, 求 λ 的值.

(本小题满分 15 分)



答 题 区 域

解答 11 “20 题、21 题” 30 分练

(时间:35 分钟 分值:30 分)

解答题: 本题共 2 小题, 共 30 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

20. [2025 · 房山一模] 已知函数 $f(x) = \ln(x+a) - \frac{1}{x+a} - 2x$ 在 $x=0$ 处取得极值.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 设 $g(x) = x \ln(x+a) - x^2 - x$, 求证: 曲线 $y = g(x)$ 存在两条斜率为 -2 且不重合的切线.

(本小题满分 15 分)

答 题 区 域

21. [2025 · 东城一模] 已知有限数列 $A: a_1, a_2, \dots, a_{2n-1} (n \in \mathbf{N}^*, n \geq 3)$ 满足 $a_i \in \{1, 2, \dots, n\} (i = 1, 2, \dots, 2n-1)$. 对于给定的 $k (k = 2, 3, \dots, n)$, 若 A 中存在 k 项满足 $a_{i_1} < a_{i_2} < \dots < a_{i_k} (1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq 2n-1)$, 则称 A 有 k 项递增子列; 若 A 中存在 k 项满足 $a_{i_1} > a_{i_2} > \dots > a_{i_k} (1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq 2n-1)$, 则称 A 有 k 项递减子列. 当 A 既有 n 项递增子列又有 n 项递减子列时, 称 A 具有性质 P .

(1) 判断下列数列是否具有性质 P .

数列① $4, 1, 3, 2, 1, 3, 4$;

数列② $1, 2, 5, 4, 3, 4, 5, 3, 1$.

(2) 若数列 A 中有 $a_i = a_n (i \neq n)$, 证明: 数列 A 不具有性质 P .

(3) 当数列 A 具有性质 P 时, 若 A 中任意连续的 n 项中都包含 k 项递增子列, 求 k 的最大值.

(本小题满分 15 分)

答 题 区 域